◇２０２４年度　久留米大学医学部　前期

1

(1)　$x^2-9y^2+36y+20=0$ は、「平方完成」を利用することで、

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,y-\boxed{\text{イ}}+x\right)\left(\boxed{\text{ウ}}\,y-\boxed{\text{エ}}-x\right)=\boxed{\text{オカ}}$$

と変形できるので、$x^2-9y^2+36y+20=0$を満たす 0 以上の整数 x、y の組は

$$(x、y)=\left(\boxed{\text{キ}}、\boxed{\text{ク}}\right)、\left(\boxed{\text{ケコ}}、\boxed{\text{サ}}\right)$$

ただし、$\boxed{\text{ア}}>0$ とする。

(2)　$x^2-3xy-6x+18y+14=0$ を x について解くと

$$x=\frac{\boxed{\text{シ}}\,y+\boxed{\text{ス}}\pm\sqrt{\boxed{\text{セ}}\,y^2-\boxed{\text{ソタ}}\,y-\boxed{\text{チツ}}}}{2}$$

となるので、$x^2-3xy-6x+18y+14=0$ を満たす 0 以上の整数 x、y の組は

$$(x、y)=\left(\boxed{\text{テ}}、\boxed{\text{ト}}\right)、\left(\boxed{\text{ナ}}、\boxed{\text{ナ}}\right)、$$
$$\left(\boxed{\text{ニヌ}}、\boxed{\text{ト}}\right)、\left(\boxed{\text{ネノ}}、\boxed{\text{ナ}}\right)$$

解説

(1)　$x^2-9y^2+36y+20=0$ より

$$x^2-9(y-2)^2=-56$$
$$\therefore\ (3y-6)^2-x^2=56$$
$$\therefore\ (3y-6+x)(3y-6-x)=56$$

x、y は 0 以上の整数より

$$3y-6+x\geqq 3y-6-x$$

また、$(3y-6+x)+(3y-6-x)=2(3y-6)$ より

$3y-6+x$ と $3y-6-x$ の偶奇は一致する。

よって、

$3y-6+x$	28	14	-2	-4
$3y-6-x$	2	4	-28	-14

∴

x	13	5	-13	5
y	7	5	-3	-1

x、y は 0 以上の整数より

$$(x、y)=(5、5)、(13、7)$$

(2)　$x^2-3xy-6x+18y+14=0$ より

$$x^2-(3y+6)x+18y+14=0$$
$$\therefore\ x=\frac{3y+6\pm\sqrt{(3y+6)^2-4\cdot 1\cdot(18y+14)}}{2}$$
$$=\frac{3y+6\pm\sqrt{9y^2-36y-20}}{2}$$

x は 0 以上の整数より、$\sqrt{9y^2-36y-20}$ が整数となることが必要。

つまり、$9y^2-36y-20$ が 0 または平方数となることが必要である。

よって、$9y^2-36y-20=z^2$（z は 0 以上の整数）とおくと、

$y\geqq 0$、$z\geqq 0$、$z^2-9y^2+36y+20=0$ を満たす整数 $(z、y)$ の組は、(1) より

$$(z、y)=(13、7)、(5、5)$$

よって

$(z、y)=(13、7)$ のとき

$$x=\frac{3y+6\pm 13}{2}=20、7\quad(x\geqq 0 \text{ を満たす})$$

$(z、y)=(5、5)$ のとき

$$x=\frac{3y+6\pm 5}{2}=13、8\quad(x\geqq 0 \text{ を満たす})$$

以上より、$(x、y)=(8、5)、(7、7)、(13、5)、(20、7)$

2 $OA=OB=\theta$、$\angle AOB=2\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{4}\right)$ である三角形 OAB がある。点 A から辺 OB に下した垂線と辺 OB との交点をP_1、P_1 から辺 OA に下した垂線と辺 OA との交点をP_2、P_2 から辺 OB に下した垂線と辺 OB との交点をP_3 とする。このことを繰り返すことで P_n ($n=1$、2、3、……) を定めていく。辺 OP_n の長さを x_n、線分 P_nP_{n+1} の長さを y_n、三角形 OP_nP_{n+1} の面積を S_n とする。

(1) x_n と x_{n+1} との関係式は $x_{n+1}=\left(\boxed{\text{ハ}}\right)x_n$ であり、x_n と y_n の関係式は $y_n=\left(\boxed{\text{ヒ}}\right)x_n$ であるから、$x_n=\theta\cdot\left(\boxed{\text{フ}}\right)^n$ であり、$y_n=\theta\cdot\boxed{\text{ヒ}}\cdot\left(\boxed{\text{フ}}\right)^n$ となる。

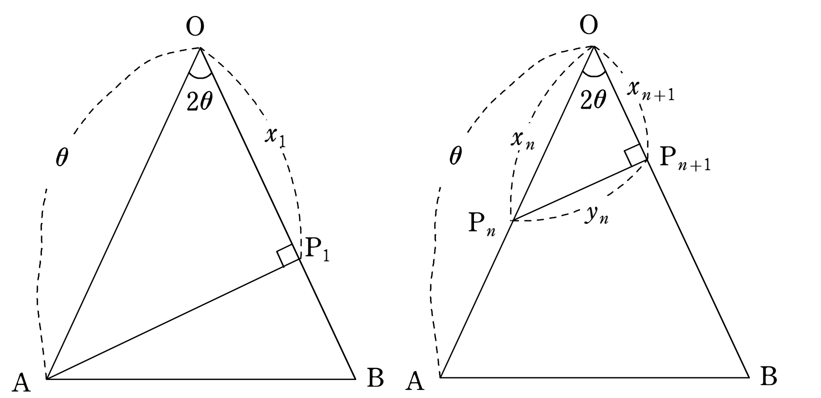
$\boxed{\text{ハ}}$、$\boxed{\text{ヒ}}$、$\boxed{\text{フ}}$ に当てはまるものを下の ⓪ ～⑤ の中から 1 つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよいものとする。

⓪ $\sin\theta$	① $\cos\theta$	② $\tan\theta$
③ $\sin 2\theta$	④ $\cos 2\theta$	⑤ $\tan 2\theta$

(2) $T=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}y_n$ とするとき、$T=\dfrac{\theta\sin\boxed{\text{へ}}\theta}{\boxed{\text{ホ}}\left(1-\cos\boxed{\text{マ}}\theta\right)}$ であり、$\displaystyle\lim_{\theta\to+0}T=\boxed{\text{ミ}}$ である。

(3) p を実数とする。$\displaystyle\lim_{\theta\to+0}\theta^p\sqrt{S_n}$ が 0 以外の値に収束するような p の値は $p=\dfrac{\boxed{\text{ムメ}}}{\boxed{\text{モ}}}$ であり、このときの極限値は $\boxed{\text{ヤ}}$ である。

(解説)



(1) 直角三角形OP_nP_{n+1} より

$$\begin{cases} x_{n+1}=(\cos 2\theta)\cdot x_n \\ y_n=(\sin 2\theta)\cdot x_n \end{cases}$$

直角三角形OAP_1 より

$$x_1=OA\cos 2\theta$$
$$=\theta\cos 2\theta$$

よって、$x_n=\theta\cos 2\theta\cdot(\cos 2\theta)^{n-1}$

$$=\theta(\cos 2\theta)^n$$

$$y_n=\theta\sin 2\theta(\cos 2\theta)^n$$

(2) $y_n=\theta\sin 2\theta\cos 2\theta(\cos 2\theta)^{n-1}$

$$=\frac{\theta}{2}\sin 4\theta(\cos 2\theta)^{n-1}$$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$ より、$0<2\theta<\dfrac{\pi}{2}$

よって、$0<\cos 2\theta<1$ より

$$T=\sum_{n=1}^{\infty}y_n$$
$$=\frac{\frac{\theta}{2}\cdot\sin 4\theta}{1-\cos 2\theta}$$
$$=\frac{\theta\sin 4\theta}{2(1-\cos 2\theta)}$$

また、$\displaystyle\lim_{\theta\to+0}T=\lim_{\theta\to+0}\frac{\theta\sin 4\theta}{2(1-\cos 2\theta)}$

$$=\lim_{\theta\to+0}\frac{\theta\sin 4\theta}{4\sin^2\theta}$$
$$=\lim_{\theta\to+0}\left(\frac{\theta}{\sin\theta}\right)^2\cdot\frac{\sin 4\theta}{4\theta}$$
$$=1$$

(3) $S_n=\dfrac{1}{2}x_{n+1}\cdot y_n$

$$=\frac{1}{2}\cdot\theta\cdot(\cos 2\theta)^{n+1}\cdot\theta\cdot\sin 2\theta\cdot(\cos 2\theta)^n$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\theta^2\cdot\cos 2\theta\sin 2\theta\cdot(\cos 2\theta)^{2n}$$
$$=\frac{1}{4}\cdot\theta^2\sin 4\theta\cdot(\cos 2\theta)^{2n}$$

よって、$\displaystyle\lim_{\theta\to+0}\theta^p\sqrt{S_n}=\lim_{\theta\to+0}\theta^p\sqrt{\frac{1}{4}\cdot\theta^2\sin 4\theta(\cos 2\theta)^{2n}}$

$$=\lim_{\theta\to+0}\theta^p\sqrt{\frac{1}{4}\cdot\theta^2\sin 4\theta(\cos 2\theta)^{2n}}$$
$$=\lim_{\theta\to+0}\theta^p\cdot\theta(\cos 2\theta)^n\sqrt{\frac{1}{4}\sin 4\theta}$$
$$=\lim_{\theta\to+0}\theta^{p+\frac{3}{2}}\cdot(\cos 2\theta)^n\sqrt{\frac{\sin 4\theta}{4\theta}}$$

となるので、
$$\begin{cases} p+\dfrac{3}{2}>0 \text{ のとき、} \displaystyle\lim_{\theta\to+0}\theta^p\sqrt{S_n}=0 \\ p+\dfrac{3}{2}=0 \text{ のとき、} \displaystyle\lim_{\theta\to+0}\theta^p\sqrt{S_n}=1 \\ p+\dfrac{3}{2}<0 \text{ のとき、} \displaystyle\lim_{\theta\to+0}\theta^p\sqrt{S_n}=\infty \end{cases}$$

よって、$p=-\dfrac{3}{2}$ のとき、極限値は 1 である。

3 (1) 不等式 $1+\log_2(1-x)(1+y) \geqq 2\log_2(y-x+1)$ を満たす点 $(x、y)$ の存在する領域の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ユ}}\pi+\boxed{\text{ヨ}}}{\boxed{\text{ラ}}}$$

である。

(2) 点 $(x、y)$ が (1) の領域を動くとき、$0 \leqq \theta < 2\pi$ において、

$$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{y}{2}$$

を満たす θ のとりうる値の範囲は、$0 \leqq \theta\ \boxed{\text{リ}}\ \dfrac{\pi}{\boxed{\text{ル}}}$、$\dfrac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}\pi\ \boxed{\text{ワ}} < 2\pi$

$\boxed{\text{リ}}$、$\boxed{\text{ワ}}$ に当てはまるものは下の ⓪～ ② の中から１つずつ選べ。

ただし、同じものを繰り返し選んでもよいものとする。

⓪ ＝　　① ＜　　② ≦

（解説）

(1) 真数条件より

$(1-x)(1+y) > 0$ かつ、$y-x+1 > 0$

$\therefore \begin{cases} 1 > x \\ y > -1 \\ y > x-1 \end{cases}$ または、$\begin{cases} 1 < x \\ y < -1 \\ y > x-1 \end{cases}$

よって、$\begin{cases} 1 > x \\ y > -1 \\ y > x-1 \end{cases}$ ……… ①

与式より、$\log_2 2(1-x)(1+y) \geqq \log_2(y-x+1)^2$

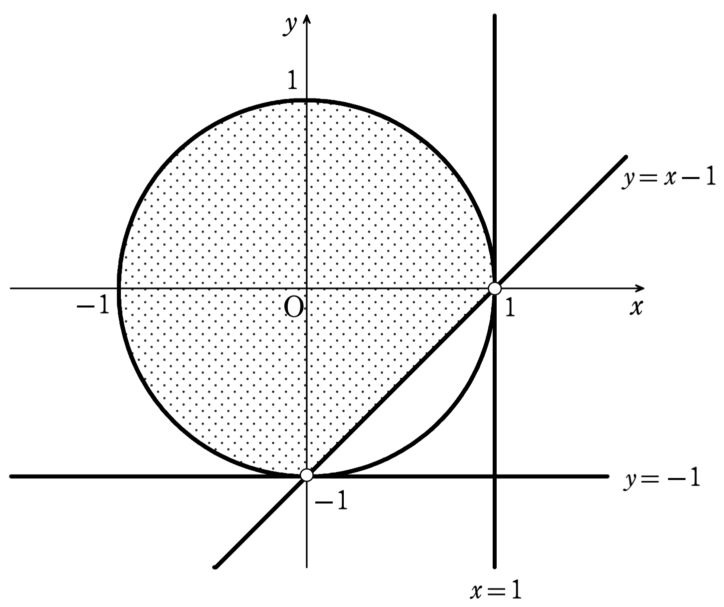
底＞1 より

$2(1-x)(1+y) \geqq (y-x+1)^2$

$\therefore\ x^2+y^2 \leqq 1$ ……… ②

①、② より、求める領域は、以下のようになる。

（境界線は、$y=x-1$ 上は含まず他は含む。）



よって、求める面積は

$$\pi \cdot 1^2 \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{3\pi+2}{4}$$

(2) $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x - \dfrac{y}{2}$ より、$y = \sqrt{3}x - 2\sin\theta$ …… ③

よって、③ が (1) の領域と共有点をもつように動かすときの θ の範囲を求めればよい。

③ と $x^2+y^2=1$ が接するとき

$$\frac{|-2\sin\theta|}{\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}} = 1$$

$\therefore\ |2\sin\theta| = 2$

$\therefore\ \sin\theta = \pm 1$

第2象限で接するので、$\sin\theta = -1$

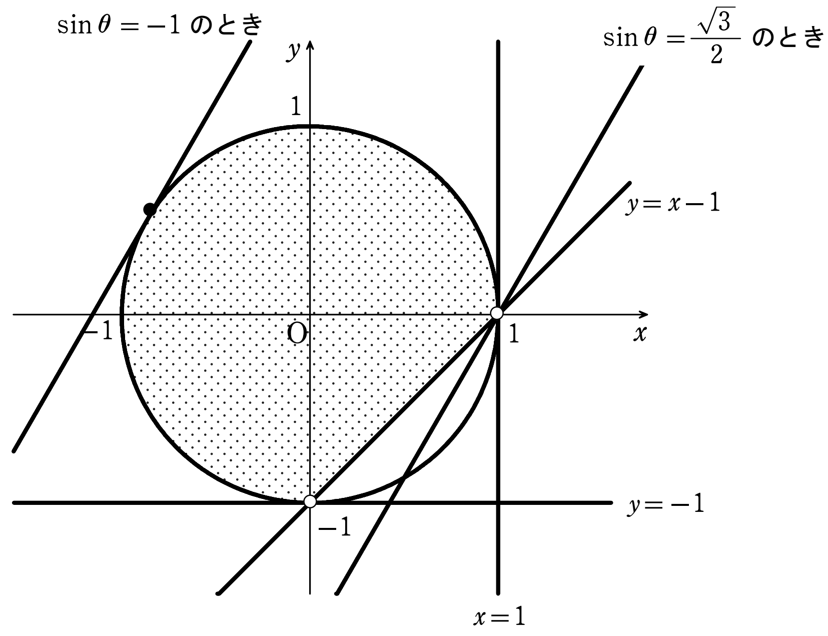
また、(1、0) を通るとき

$\sqrt{3} - 2\sin\theta = 0$

$\therefore\ \sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

よって、③ と (1) の領域は、$-1 \leqq \sin\theta < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

つまり、$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{3}$、$\dfrac{2}{3}\pi < \theta < 2\pi$ のとき、共有点をもつ。



4 θ を偏角とする。極方程式 $r=\theta^2$ で表される曲線を C とするとき、

(1) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^4\cos 2x\,dx+\boxed{\text{あ}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^3\sin 2x\,dx=0$ であることより、曲線 C の $0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の部分と y 軸とで囲まれた図形の面積は $\dfrac{\pi^{\boxed{\text{い}}}}{\boxed{\text{うえお}}}$ である。

(2) 曲線 C の $-\dfrac{\pi}{3}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ の部分の長さは

$$\frac{1}{\boxed{\text{か}}}\left\{\left(\frac{\pi^2}{\boxed{\text{き}}}+4\right)^{\frac{3}{2}}+\left(\frac{\pi^2}{\boxed{\text{くけ}}}+4\right)^{\frac{3}{2}}\right\}-\frac{\boxed{\text{こさ}}}{\boxed{\text{し}}}$$

である。

解説

(1) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^4\cos 2x\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^4\cdot\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)'dx$

$$=\left[\frac{1}{2}x^4\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}4x^3\cdot\frac{1}{2}\sin 2x\,dx$$

$$=-2\int_0^{\frac{\pi}{2}}x^3\sin 2x\,dx$$

よって、$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^4\cos 2x\,dx+2\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^3\sin 2x\,dx=0$ ………①

また、曲線 $C:r=\theta^2$ より、$\begin{cases}x=r\cos\theta=\theta^2\cos\theta\\ y=r\sin\theta=\theta^2\sin\theta\end{cases}$ となるので

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において

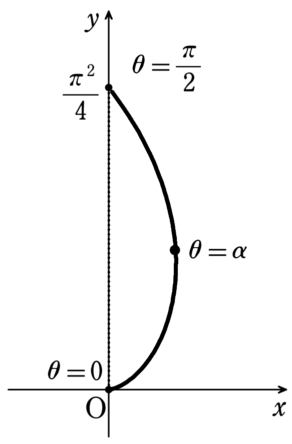
$$\begin{cases}\dfrac{dx}{d\theta}=\theta(2\cos\theta-\theta\sin\theta)\\[2mm] \dfrac{dy}{d\theta}=\theta(2\sin\theta+\theta\cos\theta)\end{cases}\quad\text{………②}$$

$$\therefore\ \begin{cases}\dfrac{dx}{d\theta}=\theta^2\cos\theta\left(\dfrac{2}{\theta}-\tan\theta\right)\\[2mm] \dfrac{dy}{d\theta}=\theta(2\sin\theta+\theta\cos\theta)>0\end{cases}$$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ において、$\dfrac{2}{\theta}=\tan\theta$ を満たす θ を α とすると、増減表は

θ	0		α		$\frac{\pi}{2}$
$\frac{dx}{d\theta}$		+	0	−	
x	0	↗		↘	0
$\frac{dy}{d\theta}$		+	+	+	
y	0	↗		↗	$\frac{\pi^2}{4}$

となるので、$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ における曲線 C のグラフは以下のようになる。



よって、求める面積は

$$S=\int_0^{\frac{\pi^2}{4}}x\,dy$$

$$=\int_0^{\frac{\pi^2}{4}}\theta^2\cos\theta\cdot(2\theta\sin\theta+\theta^2\cos\theta)d\theta$$

$$=\int_0^{\frac{\pi^2}{4}}(2\theta^3\sin\theta\cos\theta+\theta^4\cos^2\theta)d\theta$$

$$=\int_0^{\frac{\pi^2}{4}}\left(\theta^3\sin 2\theta+\theta^4\cdot\frac{1+\cos 2\theta}{2}\right)d\theta$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi^2}{4}}(2\theta^3\sin 2\theta+\theta^4\cos 2\theta+\theta^4)d\theta$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\theta^4 d\theta\quad(\because ①)$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{5}\theta^5\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

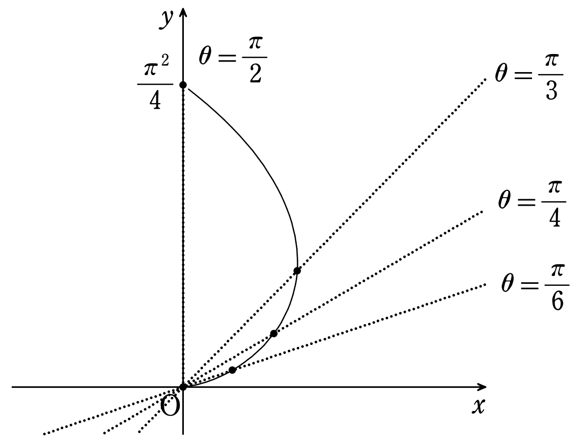
$$=\frac{\pi^5}{320}$$

別解　曲線 C のグラフについて

$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ における $(r,\ \theta)$ の関係は

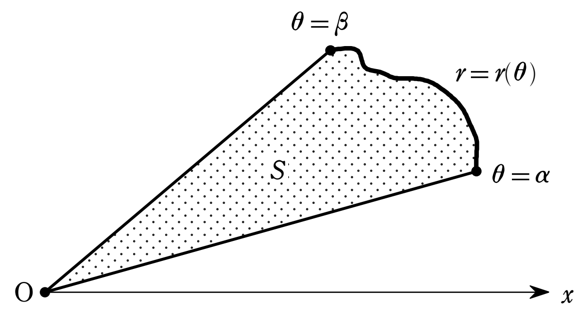
θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
r	0	$\frac{\pi^2}{36}$	$\frac{\pi^2}{16}$	$\frac{\pi^2}{9}$	$\frac{\pi^2}{4}$

となるので、点をプロットして滑らかに繋げると、グラフは以下のようになる。



別解　面積について

参考



極座標平面において、上図のように $\theta=\alpha$、$\theta=\beta$、$r=r(\theta)$ で囲まれた部分の面積を S とすると、$S=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{\theta=\alpha}^{\theta=\beta}r^2 d\theta$ となる。

参考より、求める面積は、$\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}r^2 d\theta=\dfrac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\theta^4 d\theta=\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{1}{5}\theta^5\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\dfrac{\pi^5}{320}$

(2) ②より

$$\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2+\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2=\theta^2(2\cos\theta-\theta\sin\theta)^2+\theta^2(2\sin\theta+\theta\cos\theta)^2$$

$$=\theta^2\{(4\cos^2\theta-4\theta\sin\theta\cos\theta+\theta^2\sin^2\theta)$$

$$+(4\sin^2\theta+4\theta\sin\theta\cos\theta+\theta^2\cos^2\theta)\}$$

$$=\theta^2(4+\theta^2)$$

よって、求める曲線の長さを L とおくと

$$L=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2+\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2}\,d\theta$$

$$=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\theta^2(4+\theta^2)}\,d\theta$$

$$=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}|\theta|\sqrt{4+\theta^2}\,d\theta$$

$$=-\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0}\theta\sqrt{4+\theta^2}\,d\theta+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\theta\sqrt{4+\theta^2}\,d\theta$$

$$=-\left[\frac{1}{3}(4+\theta^2)^{\frac{3}{2}}\right]_{-\frac{\pi}{3}}^{0}+\left[\frac{1}{3}(4+\theta^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$=\frac{1}{3}\left\{\left(\frac{\pi^2}{9}+4\right)+\left(\frac{\pi^2}{16}+4\right)\right\}-\frac{16}{9}$$

5　異なる n 個から r 個取る組合せの総数を ${}_nC_r$ とする。$k \geqq 2$ とし、下図のように、一番下の行の左から k 列目のマスに ${}_{2k-1}C_1$ をおく。次に、${}_{2k-1}C_1$ の上に ${}_{2k-1}C_2$、そのまた上に ${}_{2k-1}C_3$ をおいて、k 段目まで順に上に並べていく。このとき、左から k 列目、下から k 段目は ${}_{2k-1}C_k$ となる。さらに、一番下のマスから k 段目まで上に並べたら、この度は ${}_{2k-1}C_k$ の左に ${}_{2k-1}C_{k+1}$ をおき、そのまた左に ${}_{2k-1}C_{k+2}$ をおき、左端まで順に左に並べていく。また、左から 1 列目、下から 1 段目のマスは ${}_1C_1$ とする。左から i 列目、下から j 段目のマス目にある ${}_nC_r$ を $a_{i,\ j}$ と書く。例えば、$a_{3,\ 4} = {}_7C_5$、$a_{1,\ 3} = {}_5C_5$ である。

(1)　$a_{8,\ 8}$ の値を求めると、$a_{8,\ 8} = \boxed{\text{すせそた}}$ である。

(2)　$a_{i,\ j} = {}_{11}C_8$ は、$i = \boxed{\text{ち}}$、$j = \boxed{\text{つ}}$ であり、

$a_{i,\ j} = {}_{203}C_{97}$ は、$i = \boxed{\text{てとな}}$、$j = \boxed{\text{にぬ}}$ であり、

$a_{i,\ j} = {}_{203}C_{105}$ は、$i = \boxed{\text{ねの}}$、$j = \boxed{\text{はひふ}}$ である。

${}_7C_7$	${}_7C_6$	${}_7C_5$	${}_7C_4$	
${}_5C_5$	${}_5C_4$	${}_5C_3$	${}_7C_3$	
${}_3C_3$	${}_3C_2$	${}_5C_2$	${}_7C_2$	
${}_1C_1$	${}_3C_1$	${}_5C_1$	${}_7C_1$	

(3)　n を 2 以上の整数とするとき、

$$\sum_{j=1}^{n} a_{n,\ j} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i,\ n} = \boxed{\text{へ}}^{2n-1} - \boxed{\text{ほ}} \text{ である。}$$

(解説)

マスを埋めると以下のようになる。

8 段目	${}_{15}C_{15}$	${}_{15}C_{14}$	${}_{15}C_{13}$	${}_{15}C_{12}$	${}_{15}C_{11}$	${}_{15}C_{10}$	${}_{15}C_9$	$\boxed{{}_{15}C_8}$	
	${}_{13}C_{13}$	${}_{13}C_{12}$	${}_{13}C_{11}$	${}_{13}C_{10}$	${}_{13}C_9$	${}_{13}C_8$	${}_{13}C_7$	${}_{15}C_7$	
6 段目	${}_{11}C_{11}$	${}_{11}C_{10}$	${}_{11}C_9$	$\boxed{{}_{11}C_8}$	${}_{11}C_7$	${}_{11}C_6$	${}_{13}C_6$	${}_{15}C_6$	
	${}_9C_9$	${}_9C_8$	${}_9C_7$	${}_9C_6$	${}_9C_5$	${}_{11}C_5$	${}_{13}C_5$	${}_{15}C_5$	
	${}_7C_7$	${}_7C_6$	${}_7C_5$	${}_7C_4$	${}_9C_4$	${}_{11}C_4$	${}_{13}C_4$	${}_{15}C_4$	
	${}_5C_5$	${}_5C_4$	${}_5C_3$	${}_7C_3$	${}_9C_3$	${}_{11}C_3$	${}_{13}C_3$	${}_{15}C_3$	
	${}_3C_3$	${}_3C_2$	${}_5C_2$	${}_7C_2$	${}_9C_2$	${}_{11}C_2$	${}_{13}C_2$	${}_{15}C_2$	
	${}_1C_1$	${}_3C_1$	${}_5C_1$	${}_7C_1$	${}_9C_1$	${}_{11}C_1$	${}_{13}C_1$	${}_{15}C_1$	
				4 列目				8 列目	

(1)　上の図より、$a_{8,\ 8} = {}_{15}C_8 = 6435$

(2)　上の図より、${}_{11}C_8$ より、$i=4$、$j=6$

また、下の図から

102 段目	${}_{203}C_{203}$	${}_{203}C_{202}$	$\cdots$	$\cdots$	${}_{203}C_{105}$	${}_{203}C_{104}$	${}_{203}C_{103}$	${}_{203}C_{102}$
								${}_{203}C_{101}$
								${}_{203}C_{100}$
								${}_{203}C_{99}$
								${}_{203}C_{98}$
								${}_{203}C_{97}$
								$\vdots$
								$\vdots$
								${}_{203}C_2$
								${}_{203}C_1$
					99	100	101	102 列目

${}_{203}C_{97}$ より、$i=102$、$j=97$

${}_{203}C_{105}$ より、$i=99$、$j=102$

(3)　$$\sum_{j=1}^{n} a_{n,\ j} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i,\ n} = a_{n,\ 1} + a_{n,\ 2} + a_{n,\ 3} + \cdots\cdots + a_{n,\ n}$$
$$+ a_{1,\ n} + a_{2,\ n} + \cdots\cdots + a_{n-1,\ n}$$

ここで、下の図より

n 段目	${}_{2n-1}C_{2n-1}$	${}_{2n-1}C_{2n-2}$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	${}_{2n-1}C_{n+2}$	${}_{2n-1}C_{n+1}$	${}_{2n-1}C_n$
								${}_{2n-1}C_{n-1}$
								${}_{2n-1}C_{n-2}$
								$\vdots$
								$\vdots$
								$\vdots$
								${}_{2n-1}C_2$
								${}_{2n-1}C_1$
								n 列目

$$\sum_{j=1}^{n} a_{n,\ j} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i,\ n} = {}_{2n-1}C_1 + {}_{2n-1}C_2 + \cdots\cdots + {}_{2n-1}C_n$$
$$+ {}_{2n-1}C_{2n-1} + {}_{2n-1}C_{2n-2} + \cdots\cdots + {}_{2n-1}C_{n+1}$$
$$= \sum_{k=1}^{2n-1} {}_{2n-1}C_k$$
$$= \sum_{k=0}^{2n-1} {}_{2n-1}C_k - {}_{2n-1}C_0$$
$$= 2^{2n-1} - 1$$