◇２０２３年　東京医科大学

1 (1)　ウィルス X に対して陽性または陰性と判定する検査 A に関して次の 2 つのことが分かっている。

（ｉ）　ウィルス Xに感染している人に検査 A を実施すると、80 %の確率で陽性と判定される。

（ⅱ）　ウィルス Xに感染していない人に検査 A を実施すると、70 %の確率で陰性と判定される。

ある集団において、40 %の人がウィルス Xに感染していることが分かっている。この集団の人に対して検査 A を行って陽性と判定されたとき、実際にウィルス Xに感染している条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k\cdot{}_nC_k)$ が 10000 を超えるような最小の正の整数 n は $\boxed{\text{オカ}}$ である。

(3)　i を虚数単位とする。$(1+i)^n$ が正の実数になるような 3 桁の整数 n は $\boxed{\text{キクケ}}$ 個である。

(4)　$f(x)=(1+x)\log(3+x)-(1+x)\log(5+x)$ とするとき、$\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)=\boxed{\text{コサ}}$ である。

解説

(1)　ウィルス Xに感染しているという事象をE、検査 A によって陽性と判定される事象を F とすると、条件より

$$P_E(F)=\frac{80}{100}、P_{\overline{E}}(\overline{F})=\frac{70}{100}、P(E)=\frac{40}{100}$$

よって、$P_E(\overline{F})=\dfrac{20}{100}$、$P_{\overline{E}}(F)=\dfrac{30}{100}$、$P(\overline{E})=\dfrac{60}{100}$

となる。検査 A によって陽性と判定される確率は

$$\begin{aligned}P(F)&=P(E\cap F)+P(\overline{E}\cap F)\\&=P(E)\cdot P_E(F)+P(\overline{E})\cdot P_{\overline{E}}(F)\\&=\frac{40}{100}\cdot\frac{80}{100}+\frac{60}{100}\cdot\frac{30}{100}\\&=\frac{32}{100}+\frac{18}{100}\\&=\frac{50}{100}\end{aligned}$$

よって、求める条件付き確率は

$$\begin{aligned}P_F(E)&=\frac{P(F\cap E)}{P(F)}\\&=\frac{\frac{32}{100}}{\frac{50}{100}}\\&=\frac{16}{25}\end{aligned}$$

(2)　$$\begin{aligned}k\cdot{}_nC_k&=k\cdot\frac{n!}{k!(n-k)!}\\&=\frac{n\cdot(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!}\\&=n\cdot{}_{n-1}C_{k-1}\end{aligned}$$

よって、$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}(k\cdot{}_nC_k)&=n\cdot\sum_{k=1}^{n}{}_{n-1}C_{k-1}\\&=n\cdot\sum_{k=0}^{n-1}{}_{n-1}C_k\end{aligned}$$

ここで、$(a+b)^n=\displaystyle\sum_{k=0}^{n}{}_nC_k\cdot a^k\cdot b^{n-k}$ ……① より

n を $n-1$ にして、$a=b=1$ を代入して

$$\sum_{k=0}^{n-1}{}_{n-1}C_k=2^{n-1}$$

よって、(与式)$=n\cdot2^{n-1}$ ……②

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k\cdot{}_nC_k)>10000$ より、$n\cdot2^{n-1}>10000$

$n\cdot2^{n-1}$ は単調増加で

$n=10$ のとき、$10\cdot2^9=5120<10000$

$n=11$ のとき、$11\cdot2^{10}=11264>10000$

よって、n の最小の自然数は $n=11$

別解　① に $a=x$、$b=1$ を代入すると

$$(x+1)^n=\sum_{k=0}^{n}{}_nC_k\cdot x^k$$

両辺 x で微分して

$$n(x+1)^{n-1}=\sum_{k=0}^{n}k\cdot{}_nC_k\cdot x^{k-1}$$

$x=1$ を代入して

$$\sum_{k=1}^{n}(k\cdot{}_nC_k)=n\cdot2^{n-1}$$

② となるので、以下同様にして省略

(3)　$1+i=\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$ より

ド・モアブルの定理より

$$(1+i)^n=(\sqrt{2})^n\left(\cos\frac{n\pi}{4}+i\sin\frac{n\pi}{4}\right)$$

これが正の実数より

$$\begin{cases}\sin\dfrac{n\pi}{4}=0\\ \cos\dfrac{n\pi}{4}=1\end{cases}$$

よって、$\dfrac{n\pi}{4}=2k\pi$　(k：整数)

∴　$n=8k$

n が 3 桁の整数より

よって、$\left[\dfrac{999}{8}\right]-\left[\dfrac{99}{8}\right]=124-12=112$ 個

(4)　$$\begin{aligned}f(x)&=(1+x)\log(3+x)-(1+x)\log(5+x)\\&=(1+x)\{\log(3+x)-\log(5+x)\}\\&=(1+x)\cdot\log\frac{3+x}{5+x}\\&=\log\left(\frac{3+x}{5+x}\right)^{1+x}\\&=\log\left(1-\frac{2}{5+x}\right)^{1+x}\end{aligned}$$

よって、$\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\log\left(1-\frac{2}{5+x}\right)^{1+x}$

ここで、$5+x=t$ とおくと、$x\to\infty$ のとき $t\to\infty$ より

$$\begin{aligned}(\text{与式})&=\lim_{x\to\infty}\log\left(1-\frac{2}{t}\right)^{t-4}\\&=\lim_{t\to\infty}\log\left(1-\frac{2}{t}\right)^{t}\cdot\left(1-\frac{2}{t}\right)^{-4}\\&=\lim_{t\to\infty}\log\left\{\left(1-\frac{2}{t}\right)^{-\frac{t}{2}}\right\}^{-2}\cdot\left(1-\frac{2}{t}\right)^{-4}\\&=\log(e^{-2}\cdot1^{-4})\\&=-2\end{aligned}$$

2 袋の中に、1から8までの番号が書かれたカードが2枚ずつ、合計16枚入っている。この袋から同時に3枚のカードを取り出し、取り出したカードに書かれた数の積を M、和を S とする。

(1) M が素数となる確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である。

(2) M が4の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オカ}}$ である。

(3) M が8の倍数であるとき、$S<M$ となる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{キクケ}}{\boxed{コサシ}}$ である。

（解説）

16枚から3枚取り出す方法は ${}_{16}C_2=560$ 通り

(1) M が素数となるのは、1を2枚、2、3、5、7のいずれかを1枚取り出すときより

求める確率は

$$\frac{{}_2C_2\cdot{}_8C_1}{560}=\frac{8}{560}=\frac{1}{70}$$

(2) （M が4の倍数となる確率）$=1-$（M が4の倍数とならない確率）より

M が4の倍数とならないときを考える。

4の倍数とならないのは

（ⅰ） すべて奇数を取り出すとき

（ⅱ） 奇数を2枚、2または6を1枚取り出すとき　より

（ⅰ）のとき、${}_8C_3=56$ 通り

（ⅱ）のとき、${}_8C_2\cdot{}_4C_1=112$ 通り

よって、M が4の倍数となる確率は

$$1-\frac{56+112}{560}=1-\frac{168}{560}=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$$

(3) （M が8の倍数となる確率）$=1-$（M が8の倍数とならない確率）より

M が8の倍数とならないときを考える。

8の倍数とならないのは

（ⅰ） M が4の倍数でないとき

（ⅱ） M が4の倍数 かつ 8の倍数でないとき　より

（ⅰ）のとき、(2)より168通り

（ⅱ）のとき、

つまり (a) 4を1枚、奇数を2枚取り出すとき

(b) 2または6を2枚、奇数を1枚取り出すとき　より

(a) のとき、${}_2C_1\cdot{}_8C_2=56$ 通り

(b) のとき、${}_4C_2\cdot{}_8C_1=48$ 通り

よって、M が8の倍数となる確率は

$$1-\frac{168+(56+48)}{560}=1-\frac{272}{560}=\frac{288}{560}$$

次に、$S\geqq M$ となる場合を考える。(余事象の利用)

取り出したカードの数字を a、b、c $(1\leqq a\leqq b\leqq c)$ とすると

$S\geqq M$ より、$a+b+c\geqq abc$ ………①

よって、$abc\leqq a+b+c\leqq 3c$

$\therefore\ ab\leqq 3$

これより

・$(a、b)=(1、3)$ のとき

①より、$4+c\geqq 3c$

$\therefore\ c\leqq 2$

$1\leqq a\leqq b\leqq c$ より不適

・$(a、b)=(1、2)$ のとき

①より、$3+c\geqq 2c$

$\therefore\ c\leqq 3$

$1\leqq a\leqq b\leqq c$ より $c=3$

ただし、このとき abc が8の倍数とならないので不適

・$(a、b)=(1、1)$ のとき

①より、$2+c\geqq c$

$\therefore\ c$ は任意 $(1\leqq c\leqq 8)$

abc が8の倍数となるのは $c=8$

よって、$S\geqq M$ かつ M が8の倍数となるのは、$(a、b、c)=(1、1、8)$

これは、${}_2C_2\cdot{}_2C_1=2$ 通りより、

$S<M$ かつ M が8の倍数となる確率は、$\dfrac{288-2}{560}=\dfrac{286}{560}$

よって、求める条件付確率は

$$\frac{\frac{286}{560}}{\frac{288}{560}}=\frac{286}{288}=\frac{143}{144}$$

別解　M が8の倍数となる確率について

M が8の倍数とならないのは

（ⅰ） すべて奇数を取り出すとき

（ⅱ） 8以外の偶数を1枚、奇数を2枚取り出すとき

（ⅲ） 2または6を2枚、奇数を1枚取り出すとき　より

（ⅰ）のとき、${}_8C_3=56$ 通り

（ⅱ）のとき、${}_6C_1\cdot{}_8C_2=168$ 通り

（ⅲ）のとき、${}_4C_2\cdot{}_8C_1=48$ 通り

よって、M が8の倍数となる確率は

$$1-\frac{56+168+48}{560}=1-\frac{272}{560}=\frac{288}{560}$$

別解　$S\geqq M$ となる場合について

取り出したカードの数字を a、b、c $(1\leqq a\leqq b\leqq c)$ とすると

$S\geqq M$ より、$a+b+c\geqq abc$ ………①

$\therefore\ a+b\geqq c(ab-1)$

$(a、b)\fallingdotseq(1、1)$ のとき

$$\frac{a+b}{ab-1}\geqq c$$

$c\geqq 1$ より、$\dfrac{a+b}{ab-1}\geqq 1$

$\therefore\ a+b\geqq ab-1$

$\therefore\ ab-a-b\leqq 1$

$\therefore\ (a-1)(b-1)\leqq 2$

これは、$(a、b)=(1、1)$ のときも成り立つので

$1\leqq a\leqq b\leqq 8$ より、$(a、b)=(1、1)、(1、2)、……、(1、8)、(2、2)$ となる。

・$(a、b)=(1、1)$ のとき

①より、$2+c\geqq c$

$\therefore\ c$ は任意 $(1\leqq c\leqq 8)$

abc が8の倍数となるのは $c=8$

・$(a、b)=(1、2)$ のとき

①より、$3+c\geqq 2c$

$\therefore\ c\leqq 3$

$1\leqq a\leqq b\leqq c$ より $c=2、3$

ただし、このとき abc が8の倍数とならないので不適

・$(a、b)=(1、3)$ のとき

①より、$4+c\geqq 3c$

$\therefore\ c\leqq 2$

$1\leqq a\leqq b\leqq c$ より不適

・$(a、b)=(1、4)$ のとき

①より、$5+c\geqq 4c$

$\therefore\ c\leqq\dfrac{5}{3}$

$1\leqq a\leqq b\leqq c$ より不適

ただし、このとき abc が8の倍数とならないので不適

・$(a、b)=(1、5)$ のとき

①より、$6+c\geqq 5c$

$\therefore\ c\leqq\dfrac{3}{2}$

$1\leqq a\leqq b\leqq c$ より不適

・$(a、b)=(1、6)$ のとき

①より、$7+c\geqq 6c$

$\therefore\ c\leqq\dfrac{7}{6}$

$1\leqq a\leqq b\leqq c$ より不適

・$(a、b)=(1、7)$ のとき

①より、$8+c\geqq 7c$

$\therefore\ c\leqq\dfrac{8}{7}$

$1\leqq a\leqq b\leqq c$ より不適

・$(a、b)=(1、8)$ のとき

①より、$9+c\geqq 8c$

$\therefore\ c\leqq\dfrac{9}{8}$

$1\leqq a\leqq b\leqq c$ より不適

・$(a、b)=(2、2)$ のとき

①より、$4+c\geqq 4c$

$\therefore\ c\leqq\dfrac{4}{3}$

$1\leqq a\leqq b\leqq c$ より不適

よって、$S\geqq M$ かつ M が8の倍数となるのは、$(a、b、c)=(1、1、8)$　（以下略）

3 座標空間上に 4 点O (0、0、0)、A (3、0、0)、B (1、2、0)、C (0、2、1) があり、Oから平面 ABC に垂線 OH を下ろす。実数 s、t に対し、

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}+u\overrightarrow{\mathrm{OC}}$$

で定まる点 P について考える。

(1) 四面体 OABC の体積は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) s、t、u が、$0\leqq s\leqq 2$、$0\leqq t\leqq 2$、$0\leqq u\leqq 2$ を満たすように動くとき、P が動く部分の体積は $\boxed{\text{イウ}}$ である。

(3) s、t、u が、$s+t+u=2$、$0\leqq s$、$0\leqq t$、$0\leqq u$ を満たすように動く。

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ のなす角を θ とするとき、$\cos\theta$ の最小値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

解説

(1) 四面体 OABC は、底面を△ OAB としたとき、高さは点 C の z 座標となる。

よって、求める体積を V とすると

$$V=\frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{OAB}\cdot 1$$

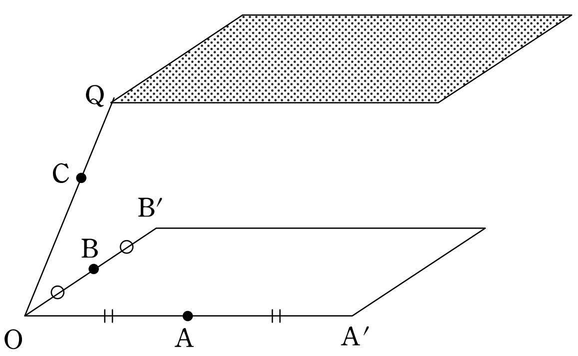
$$=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\right)\cdot 1$$

$$=1$$

(2) u を固定して $(0\leqq u\leqq 2)$、$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=u\overrightarrow{\mathrm{OT}}$ とおく。

このとき、$\begin{cases}0\leqq s\leqq 2、0\leqq t\leqq 2\\ \overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\end{cases}$ となるので

$\overrightarrow{\mathrm{OA'}}=2\overrightarrow{\mathrm{OA}}$、$\overrightarrow{\mathrm{OB'}}=2\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とすると、点 P は OA′ と OB′ を 2 辺とする平行四辺形（の周及び内部）を O と Q が一致するように平行移動した図形上を動く。



次に、u を $0\leqq u\leqq 2$ で動かす。

$\overrightarrow{\mathrm{OC'}}=2\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とすると、Q は OC′ を動くので、点 P が動く部分は、$\overrightarrow{\mathrm{OA'}}$、$\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$、$\overrightarrow{\mathrm{OC'}}$ によって作られる平行六面体の周及び内部となる。

この平行六面体と $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$、$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$、$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ によって作られる平行六面体は相似で、相似比が 2 : 1 より、点 P が動く部分の体積を V' とすると

$V'=2^3\times$（$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$、$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$、$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ によって作られる平行六面体の体積）

$=8\times 2\cdot\triangle\mathrm{OAB}\cdot 1$

$=8\cdot 2\cdot 3$

$=48$

(3) 条件より、$\dfrac{s}{2}+\dfrac{t}{2}+\dfrac{u}{2}=1$、$\dfrac{s}{2}\geqq 0$、$\dfrac{t}{2}\geqq 0$、$\dfrac{u}{2}\geqq 0$

よって $\dfrac{s}{2}=s'$、$\dfrac{t}{2}=t'$、$\dfrac{u}{2}=u'$ とおくと

$$s'+t'+u'=1、s'\geqq 0、t'\geqq 0、u'\geqq 0$$

また $2\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{\mathrm{OA'}}$, $2\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$, $2\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathrm{OC'}}$ とすると

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s'\overrightarrow{\mathrm{OA'}}+t'\overrightarrow{\mathrm{OB'}}+u'\overrightarrow{\mathrm{OC'}}$$

$$=(s'+t')\cdot\frac{s'\overrightarrow{\mathrm{OA'}}+t'\overrightarrow{\mathrm{OB'}}}{s'+t'}+u'\overrightarrow{\mathrm{OC'}}$$

$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\dfrac{s'\overrightarrow{\mathrm{OA'}}+t'\overrightarrow{\mathrm{OB'}}}{s'+t'}=\dfrac{s'}{s'+t'}\overrightarrow{\mathrm{OA'}}+\dfrac{t'}{s'+t'}\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$ とおくと

$\dfrac{s'}{s'+t'}+\dfrac{t'}{s'+t'}=1$、$\dfrac{s'}{s'+t'}\geqq 0$、$\dfrac{t'}{s'+t'}\geqq 0$ であるから、点 Q は 2 点 A′、B′ を結ぶ線分上を動く。

よって、$\begin{cases}s'+t'+u'=1、s'+t'\geqq 0、u'\geqq 0\\ \overrightarrow{\mathrm{OP}}=(s'+t')\overrightarrow{\mathrm{OQ}}+u'\overrightarrow{\mathrm{OC'}}\end{cases}$ より

点 P は 2 点 Q、C′ を結ぶ線分上 を動く。

したがって、点 P の存在範囲は、A′、B′、C′ を頂点とする △A′B′C′ の周及び内部である。………………(※)

ここで、線分 OP と△ABC の交点を P′ とすると

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=2\overrightarrow{\mathrm{OP'}}$、$\angle\mathrm{OHP'}=\dfrac{\pi}{2}$ より、$\cos\theta=\dfrac{\mathrm{OH}}{\mathrm{OP'}}$ …… ① となる。

四面体 OABC の体積について

$$\frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{ABC}\cdot\mathrm{OH}=1\ \cdots\cdots ②$$

となるので、$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\begin{pmatrix}-2\\-2\\0\end{pmatrix}$、$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\begin{pmatrix}-3\\-2\\-1\end{pmatrix}$ より

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2\cdot|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2-(\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}})^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{8\cdot 14-10^2}$$

$$=\sqrt{3}$$

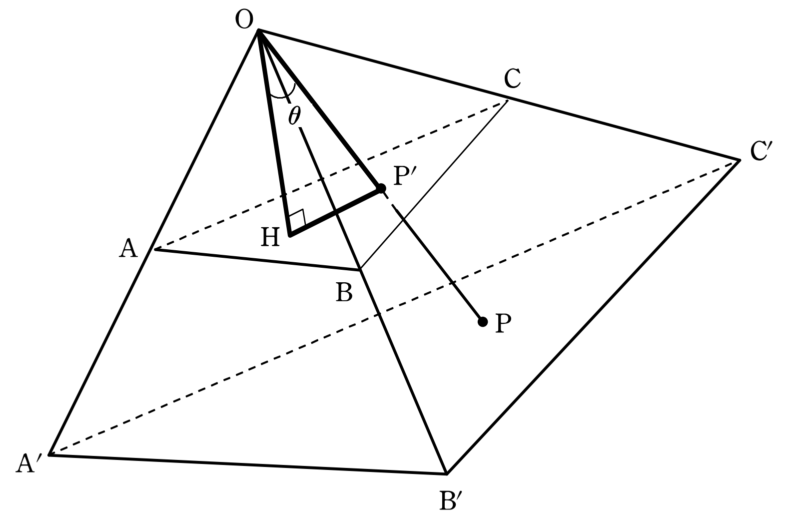
から、② より、$\dfrac{1}{3}\cdot\sqrt{3}\cdot\mathrm{OH}=1$

$\therefore\ \mathrm{OH}=\sqrt{3}$

よって、① より、$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{\mathrm{OP'}}$ となるので、OP′ の最大値を求める。

点 P′ は△ABC の周及び内部を動くので、OP′ が最大となるのは、点 P′ が点 A、B、C のいずれかと一致するときである、

$\mathrm{OA}=3$、$\mathrm{OB}=\sqrt{5}$、$\mathrm{OC}=\sqrt{5}$ より、OP′ が最大となるのは、点 P′ が点 A と一致するときより、$\cos\theta$ の最小値は $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ となる。



4 $x>-1$ において定義された関数 $f(x)=(x-1)\log(x+1)$ と、曲線 C：$y=f(x)$ について考える。

(1) $f''(x)=\dfrac{x+\boxed{\text{ア}}}{\left(x+\boxed{\text{イ}}\right)^2}$ である。

$f'(x)=0$ を満たす実数 x は $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。

(2) C と x 軸によって囲まれた部分の面積は、$\boxed{\text{エ}}\log 2-\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3) 点 $(1,\ f(1))$ における C の接線と、C および y 軸によって囲まれてできる部分の面積は、$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}-\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\log 2$ である。

解説

(1) $f'(x)=\log(x+1)+\dfrac{x-1}{x+1}$

$$=\log(x+1)+\frac{(x+1)-2}{x+1}$$

$$=\log(x+1)+1-\frac{2}{x+1}$$

$$f''(x)=\frac{1}{x+1}+\frac{2}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{x+3}{(x+1)^2}$$

$x>-1$ で $f''(x)>0$ より、$x>-1$ で $f'(x)$ は単調増加となる。

また、$\displaystyle\lim_{x\to-1+0}f'(x)=-\infty$、$\displaystyle\lim_{x\to\infty}f'(x)=\infty$ より

$y=f'(x)$ は x 軸と唯 1 回交わる。

よって、$f'(x)=0$ を満たす実数 x は 1 個

別解　$f'(x)=0$ より

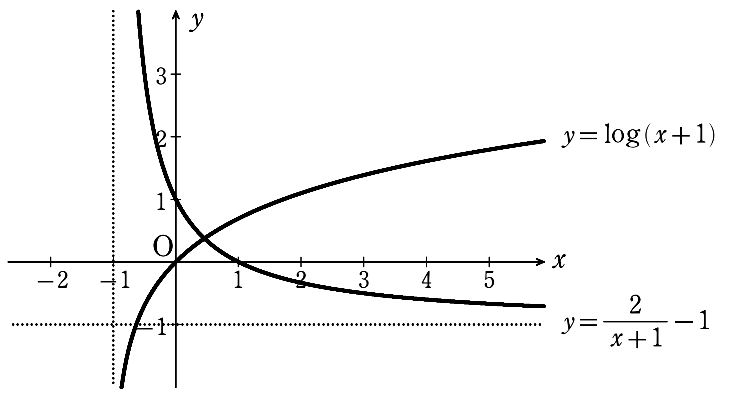
$$\log(x+1)+1-\frac{2}{x+1}=0$$

$$\therefore\quad \log(x+1)=\frac{2}{x+1}-1$$

よって、$f'(x)=0$ の解の個数は

$y=\log(x+1)$ と $y=\dfrac{2}{x+1}-1$ の交点の個数と一致する。

この 2 つのグラフは以下のようになるので、$f'(x)=0$ の解の個数は 1 個



(2) $f(x)=0$ より

$$(x-1)\log(x+1)=0$$

$$\therefore\quad x-1=0、\log(x+1)=0$$

$$\therefore\quad x=1、0$$

$0\leqq x\leqq 1$ で $f(x)\leqq 0$ より

曲線 C と x 軸で囲まれている部分の面積を S とすると

$$S=-\int_0^1(x-1)\log(x+1)\,dx$$

$$=-\int_0^1\left\{\frac{1}{2}(x-1)^2\right\}'\log(x+1)\,dx$$

$$=-\left\{\left[\frac{1}{2}(x-1)^2\log(x+1)\right]_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1\frac{(x-1)^2}{x+1}dx\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{(x-1)^2}{x+1}dx$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{(x+1)(x-3)+4}{x+1}dx$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^1\left(x-3+\frac{4}{x+1}\right)dx$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}x^2-3x+4\log|x+1|\right]_0^1$$

$$=2\log 2-\frac{5}{4}$$

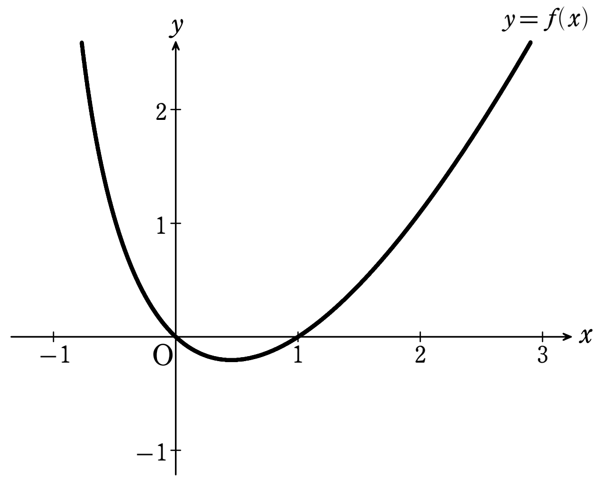
(3) (1) より、$f'(x)=0$ の解を $x=\alpha$ とすると

$f(x)$ の増減表は、以下のようになる。

x	-1		α	
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		↘	極小	↗

また、$\displaystyle\lim_{x\to-1+0}f(x)=\infty$、$\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)=\infty$ より

$y=f(x)$ のグラフは



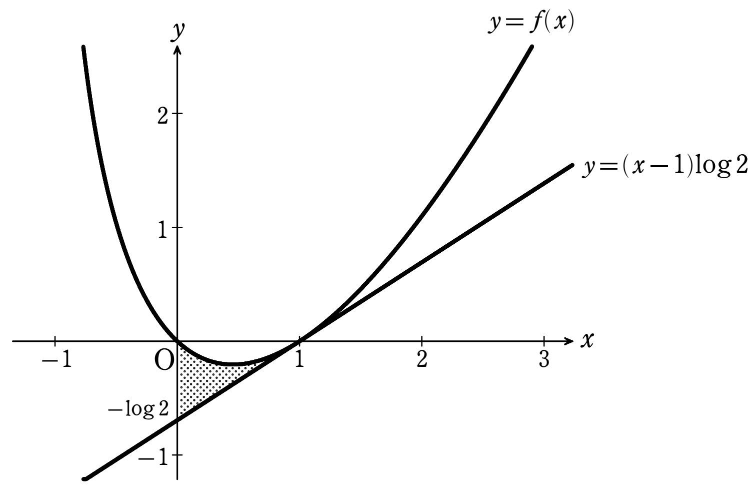
となる。

よって、A $(1,\ f(1))=(1,\ 0)$ における C の接線は

$f'(x)=\log(x+1)+\dfrac{x-1}{x+1}$ より

$$y=(x-1)\log 2$$

よって、求める面積を T とすると、T は図の打点部分となる。



よって、$T=\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot\log 2-S$

$$=\frac{1}{2}\log 2-\left(2\log 2-\frac{5}{4}\right)$$

$$=\frac{5}{4}-\frac{3}{2}\log 2$$