◇２０２３年　昭和大学医学部 Ⅱ期

1 n は自然数とする。次の各問いに答えよ。ただし、答えは結果のみ解答欄に記入せよ。

(1)　次の数列から一般項 a_n を推測し、一般項 a_n を n の式で表せ。

(1−1)　1、2、6、15、31、56、92、141、205、286、………

(1−2)　1、2、10、37、101、226、442、785、1297、2026、……

(2)　漸化式 $a_1=4$、$\sum_{k=1}^{n+1} a_k=4a_n+8$ で定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n の式で表せ。

(3)　漸化式 $a_1=-2$、$a_{n+1}=5-\dfrac{4}{a_n}$ で定まる数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

(3−1)　一般項 a_n を n の式で表せ。

(3−2)　$\lim_{n\to\infty} a_n$ を求めよ。

解説

(1)

(1−1)　a_n の階差数列を b_n とすると

a_n：1、2、6、15、31、56、92、141、205、286、……

b_n：　1　4　9　16　25　36　49　64　81、……

より、$b_n=n^2$ と推測される。

よって、$n\geqq 2$ のとき、$a_{n+1}-a_n=n^2$ より

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}k^2$$
$$=1+\frac{1}{6}(n-1)n(2n-1)$$
$$=\frac{1}{3}n^3-\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{6}n+1\quad(n=1\text{ のときも成立})$$

(1−2)　a_n の階差数列を c_n とすると

a_n：1、2、10、37、101、226、442、785、1297、2026、……

c_n：　1　8　27　64　125　216　343　512　729、……

より、$c_n=n^3$ と推測される。

よって、$n\geqq 2$ のとき、$a_{n+1}-a_n=n^3$ より

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}k^3$$
$$=1+\frac{1}{4}(n-1)^2n^2$$
$$=\frac{1}{4}n^4-\frac{1}{2}n^3+\frac{1}{4}n^2+1\quad(n=1\text{ のときも成立})$$

(2)　$\sum_{k=1}^{n}a_k=S_n$ とおくと

与式より、$S_{n+1}=4a_n+8$ ……… ①

① から、$S_{n+2}=4a_{n+1}+8$ ……… ②

② − ① より

$$S_{n+2}-S_{n+1}=4a_{n+1}-4a_n$$
$$\therefore\ a_{n+2}=4a_{n+1}-4a_n$$
$$\therefore\ a_{n+2}-2a_{n+1}=2(a_{n+1}-2a_n)$$
$$\therefore\ a_{n+1}-2a_n=2^{n-1}(a_2-2a_1)\ \text{………} ③$$

ここで、① に $n=1$ を代入して

$$S_2=4a_1+8$$
$$\therefore\ a_1+a_2=4a_1+8$$
$$\therefore\ a_2-2a_1=a_1+8=12$$

よって、③ より

$$a_{n+1}-2a_n=2^{n-1}\cdot 12=3\cdot 2^{n+1}$$
$$\therefore\ \frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}-\frac{a_n}{2^n}=3$$

$b_n=\dfrac{a_n}{2^n}$ とおくと $\left(b_1=\dfrac{a_1}{2^1}=2\right)$

$$b_{n+1}-b_n=3$$
$$\therefore\ b_n=2+3(n-1)$$
$$\therefore\ b_n=3n-1$$
$$\therefore\ \frac{a_n}{2^n}=3n-1$$
$$\therefore\ a_n=(3n-1)\cdot 2^n$$

(3)　漸化式 $a_1=-2$、$a_{n+1}=5-\dfrac{4}{a_n}$ で定まる数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

(3−1)　与式より

$$\begin{cases} a_{n+1}-1=5-\dfrac{4}{a_n}-1 \\ a_{n+1}-4=5-\dfrac{4}{a_n}-4 \end{cases}$$

$$\therefore\ \begin{cases} a_{n+1}-1=\dfrac{4(a_n-1)}{a_n}\ \text{………} ① \\ a_{n+1}-4=\dfrac{a_n-4}{a_n}\ \text{………} ② \end{cases}$$

ここで、$a_n\fallingdotseq 4$ であることを示す。

(ⅰ)　$n=1$ のとき、成立。

(ⅱ)　$n=k$ のとき、$a_k\fallingdotseq 4$ が成り立つと過程すると

$n=k+1$ のとき

② より

$$a_{k+1}-4=\frac{a_k-4}{a_k}\fallingdotseq 0\quad(\because\ \text{仮定より})$$

よって、$n=k+1$ のときも成立。

以上より、すべての自然数 n に対して、$a_n\fallingdotseq 4$ は成立する。

よって、$a_n-4\fallingdotseq 0$ より、$\dfrac{①}{②}$ から

$$\frac{a_{n+1}-1}{a_{n+1}-4}=\frac{4(a_n-1)}{a_n-4}$$

$b_n=\dfrac{a_n-1}{a_n-4}$ とおくと、$\left(b_1=\dfrac{1}{2}\right)$

$$b_{n+1}=4b_n$$
$$\therefore\ b_n=\frac{1}{2}\cdot 4^{n-1}=2\cdot 4^{n-2}$$

ここで、$b_n=\dfrac{a_n-1}{a_n-4}$ より

$$a_n-1=b_n(a_n-4)$$
$$\therefore\ a_n(b_n-1)=4b_n-1$$
$$\therefore\ a_n=\frac{4b_n-1}{b_n-1}$$
$$\therefore\ a_n=\frac{4\cdot 2\cdot 4^{n-2}-1}{2\cdot 4^{n-2}-1}$$
$$\therefore\ a_n=\frac{2\cdot 4^{n-1}-1}{2\cdot 4^{n-2}-1}\left(=\frac{4^n-2}{4^{n-1}-2}\right)$$

別解　① かつ、$a_n\fallingdotseq 4$ より

$$\frac{1}{a_{n+1}-4}=\frac{a_n}{a_n-4}$$
$$\therefore\ \frac{1}{a_{n+1}-4}=\frac{a_n-4+4}{a_n-4}$$
$$\therefore\ \frac{1}{a_{n+1}-4}=1+\frac{4}{a_n-4}$$

ここで、$b_n=\dfrac{1}{a_n-4}$ とおくと　$\left(b_1=-\dfrac{1}{6}\right)$

$$b_{n+1}=1+4b_n$$
$$\therefore\ b_{n+1}+\frac{1}{3}=4\left(b_n+\frac{1}{3}\right)$$
$$\therefore\ b_n+\frac{1}{3}=4^{n-1}\cdot\left(b_1+\frac{1}{3}\right)$$
$$\therefore\ b_n=\frac{1}{6}\cdot 4^{n-1}-\frac{1}{3}$$

よって、$b_n=\dfrac{1}{a_n-4}$ より

$$a_n=\frac{4b_n+1}{b_n}$$
$$\therefore\ a_n=\frac{4\left(\dfrac{1}{6}\cdot 4^{n-1}-\dfrac{1}{3}\right)+1}{\dfrac{1}{6}\cdot 4^{n-1}-\dfrac{1}{3}}$$
$$\therefore\ a_n=\frac{4^n-2}{4^{n-1}-2}$$

参考　$a_n\fallingdotseq 1$ を示して、① を用いて解いてもよい。

(3−2)　$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\dfrac{4-\dfrac{1}{4^{n-1}}}{1-\dfrac{2}{4^{n-1}}}=4$

2 次の各問いに答えよ。ただし、答えは結果のみ解答欄に記入せよ。

(1) $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3$ の整数部分をa、小数部分を b とする。次の問いに答えよ。

(1−1) a の値を求めよ。

(1−2) $b^4+3b^3-4b^2+6b+1$ の値を求めよ。

(2) 整式 x^{2023} を x^2+x+1 で割った余りを求めよ。

(3) O を原点とする座標空間上に 4 点 A $(3、5、1)$、B $(2、4、1)$、C $(2、3、-2)$ D $(1、x、-1)$ をとる。これらの点が同一平面上にあるとき、x の値を求めよ。

(4) α、β は実数とする。O を原点とする座標平面上に $\vec{a}=(3、2)$、$\vec{b}=(-1、2)$ をとる。点 P は $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}$、$2|\alpha|+3|\beta|\leqq 6$ を満たしながら座標平面上を動く。このとき、点 P が動くことのできる領域の面積 S を求めよ。

解説

(1)

(1−1) $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3=\dfrac{1+3\sqrt{5}+15+5\sqrt{5}}{8}$

$=2+\sqrt{5}$

$2<\sqrt{5}<3$ より、$4<2+\sqrt{5}<5$

よって、$a=4$

(1−2)

$b=(2+\sqrt{5})-a$

$=\sqrt{5}-2$

よって、$b+2=\sqrt{5}$

2 乗して、$(b+2)^2=5$

$\therefore\ b^2+4b-1=0$

ここで以下のようになるので

$$
\begin{array}{rl}
 & b^2-b+1 \\
b^2+4b-1\,\big) & b^4+3b^3-4b^2+6b+1 \\
 & \underline{b^4+4b^3-b^2} \\
 & -b^3-3b^2+6b+1 \\
 & \underline{-b^3-4b^2+b} \\
 & b^2+5b+1 \\
 & \underline{b^2+4b-1} \\
 & b+2
\end{array}
$$

$b^4+3b^3-4b^2+6b+1=(b^2+4b-1)(b^2-b+1)+b+2$

$=b+2$

$=(\sqrt{5}-2)+2$

$=\sqrt{5}$

(2) 整式 x^{2023} を x^2+x+1 で割ったときの商を $Q(x)$、余りを$ax+b$ (a、b は実数) とおくと

$x^{2023}=(x^2+x+1)Q(x)+ax+b$ …… ①

ここで、$x^3=1$ の解について

$x^3-1=0$

$\therefore\ (x-1)(x^2+x+1)=0$

$\therefore\ x=1、x^2+x+1=0$

$x^2+x+1=0$ の解の 1 つを ω (ω は虚数) とすると

$\omega^2+\omega+1=0、\omega^3=1$

が成り立つ。

① に $x=\omega$ を代入して

$\omega^{2023}=(\omega^2+\omega+1)Q(\omega)+a\omega+b$

$\therefore\ \omega\cdot(\omega^3)^{674}=a\omega+b$

$\therefore\ \omega=a\omega+b$

ω は虚数、a、b は実数より

$a=1、b=0$

よって、余りは、x

(3) 4 点 A、B、C、D が同一平面上より

$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

が成り立つ。(s、t は実数)

よって、$\begin{pmatrix}-2\\x-5\\-2\end{pmatrix}=s\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-1\\-2\\-3\end{pmatrix}$

$\therefore\ \begin{cases}-2=-s-t\\x-5=-s-2t\\-2=-3t\end{cases}$

$\therefore\ s=\dfrac{4}{3}、t=\dfrac{2}{3}、x=\dfrac{7}{3}$

別解 平面 ABC に垂直なベクトルの 1 つを $\vec{n}=(a、b、c)$ とすると

平面 ABC ⊥ $\vec{n}$ より、$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\perp\vec{n}$ かつ、$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\perp\vec{n}$

よって、$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\vec{n}=0$ かつ、$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\vec{n}=0$

$\therefore\ \begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=0$ かつ、$\begin{pmatrix}-1\\-2\\-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=0$

$\therefore\ -a-b=0$ かつ、$-a-2b-3c=0$

$\therefore\ a+b=0$ かつ、$a+2b+3c=0$

これらを満たす a、b、c を 1 組考えると、$\vec{n}=(3、-3、1)$

よって、平面 ABC の方程式は

$3\cdot(x-3)-3\cdot(y-5)+1\cdot(z-1)=0$

$\therefore\ 3x-3y+z+5=0$

と表される。

点 D は平面 ABC 上より

$3-3x-1+5=0$

$\therefore\ x=\dfrac{7}{3}$

(4) $\alpha\geqq 0$、$\beta\geqq 0$ のとき

$2\alpha+3\beta\leqq 6$

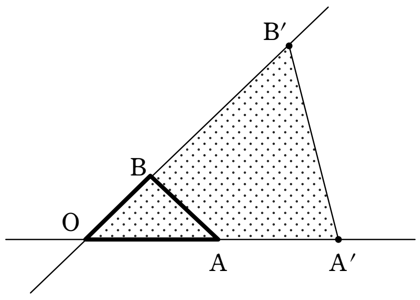
$\therefore\ \dfrac{\alpha}{3}+\dfrac{\beta}{2}\leqq 1$

よって、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{\alpha}{3}\cdot 3\vec{a}+\dfrac{\beta}{2}\cdot 2\vec{b}$

$\overrightarrow{\mathrm{OA'}}=3\vec{a}$、$\overrightarrow{\mathrm{OB'}}=2\vec{b}$ とおくと

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{\alpha}{3}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA'}}+\dfrac{\beta}{2}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$ $\left(\dfrac{\alpha}{3}\geqq 0、\dfrac{\beta}{2}\geqq 0、\dfrac{\alpha}{3}+\dfrac{\beta}{2}\leqq 1\right)$ より

P は △OA′B′ の周及び内部を動く。



$\alpha\leqq 0$、$\beta\geqq 0$ のとき

$-2\alpha+3\beta\leqq 6$

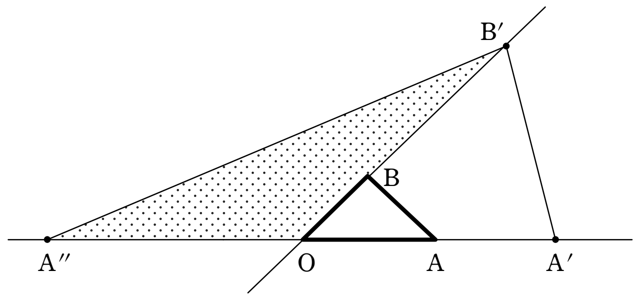
$\therefore\ -\dfrac{\alpha}{3}+\dfrac{\beta}{2}\leqq 1$

よって、$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=-\dfrac{\alpha}{3}\cdot(-3\vec{a})+\dfrac{\beta}{2}\cdot 2\vec{b}$

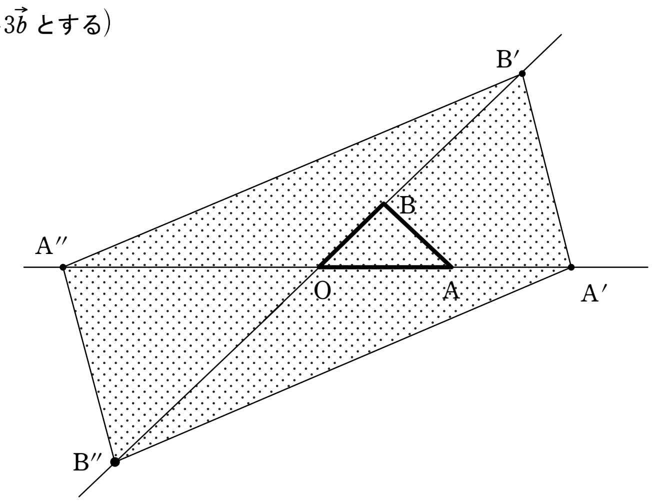
$\overrightarrow{\mathrm{OA''}}=-3\vec{a}$、$\overrightarrow{\mathrm{OB'}}=2\vec{b}$ とおくと

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=-\dfrac{\alpha}{3}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA''}}+\dfrac{\beta}{2}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$ $\left(-\dfrac{\alpha}{3}\geqq 0、\dfrac{\beta}{2}\geqq 0、-\dfrac{\alpha}{3}+\dfrac{\beta}{2}\leqq 1\right)$ より

P は △OA″B′ の周及び内部を動く。



同様に考えて、点 P が動くことのできる領域は以下の平行四辺形の周及び内部となる。
($\overrightarrow{\mathrm{OB''}}=-3\vec{b}$ とする)



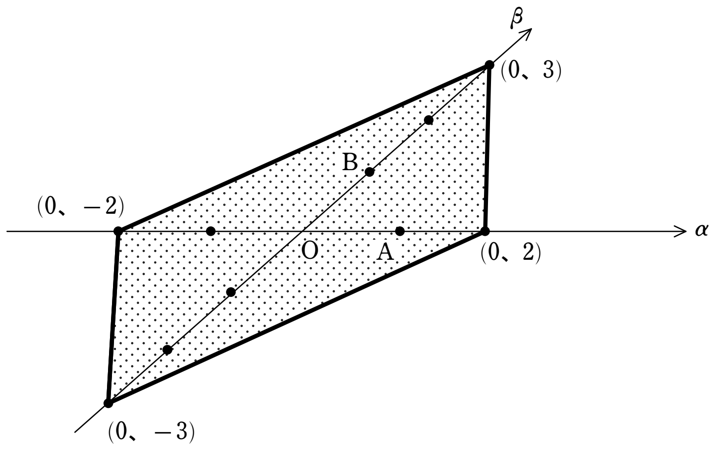
よって、求める面積 S は、$\overrightarrow{\mathrm{OA'}}=(6、4)$、$\overrightarrow{\mathrm{OB'}}=(-3、6)$ より

$S=\triangle\mathrm{OA'B'}\times 4$

$=\dfrac{1}{2}|6\cdot 6-4\cdot(-3)|\times 4$

$=96$

別解　斜交軸 $\alpha\beta$ を設定し、A を(1、0)、B を(0、1)とする。
ここに、$2|\alpha|+3|\beta|\leqq 6$ を図示すると、以下のような平行四辺形の周及び内部となる。



よって、求める領域は平行四辺形となり、その面積は、△OAB の面積の
$2\times3\times4=24$ 倍となる。

よって、$S=\dfrac{1}{2}|3\cdot2-2\cdot(-1)|\times4=96$

3 xy 平面上で、曲線 $x^2+3y^2=2$ を曲線 ① とする。曲線 ① を原点O $(0、0)$ を中心に $\frac{\pi}{4}$ だけ回転した曲線を曲線 ② とする。次の各問いに答えよ。ただし、答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 曲線 ① を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積 V_1 を求めよ。

(2) 曲線 ② の方程式を x、y を用いて表せ。

(3) 曲線 ② 上の点の x 座標がとりうる値の範囲を求めよ。

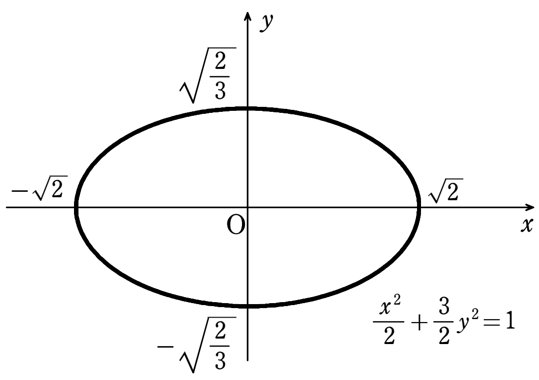
(4) 曲線 ② と x 軸、y 軸との交点の座標をすべて求めよ。

(5) 曲線 ② を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積 V_2 を求めよ。

解説

① より、$\frac{x^2}{2}+\frac{3}{2}y^2=1$

よって、① は図のようになる。



(1) ① より、$y^2=\frac{1}{3}(2-x^2)$

図より、対称性も考慮すると求める体積 V_1 は

$$V_1=2\pi\int_0^{\sqrt{2}} y^2dx$$
$$=2\pi\int_0^{\sqrt{2}}\frac{1}{3}(2-x^2)dx$$
$$=\frac{2}{3}\pi\left[2x-\frac{1}{3}x^3\right]_0^{\sqrt{2}}$$
$$=\frac{8\sqrt{2}}{9}\pi$$

(2) 曲線 ① 上の点を $(X、Y)$、曲線 ② 上の点を $(x、y)$ とする。

複素数平面上で考えて

$$X+Yi=(x+yi)\left\{\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right\}$$
$$=(x+yi)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$
$$=\frac{x+y}{\sqrt{2}}+\frac{-x+y}{\sqrt{2}}i$$

x、y、X、Y は実数より、$\begin{cases} X=\dfrac{x+y}{\sqrt{2}} \\ Y=\dfrac{-x+y}{\sqrt{2}} \end{cases}$ ………(A)

X、Y は曲線 ① 上の点より、$X^2+3Y^2=2$

(A) を代入して

$$\left(\frac{x+y}{\sqrt{2}}\right)^2+3\left(\frac{-x+y}{\sqrt{2}}\right)^2=2$$

$\therefore\ \ x^2-xy+y^2=1$

よって、曲線 ② は、$x^2-xy+y^2=1$

(3) 曲線 ② 上の x のとりうる値の範囲は、$x^2-xy+y^2=1$ を満たす実数 y が存在する範囲、つまり、y に関する方程式 $y^2-xy+x^2-1=0$ が実数解をもつような x の範囲より

$$D=x^2-4(x^2-1)\geqq 0$$

$\therefore\ \ -3x^2+4\geqq 0$

$\therefore\ \ (\sqrt{3}x-2)(\sqrt{3}x+2)\leqq 0$

$\therefore\ \ -\frac{2}{\sqrt{3}}\leqq x\leqq\frac{2}{\sqrt{3}}$

(4) $x^2-xy+y^2=1$ に $x=0$ を代入して

$y^2=1$

$\therefore\ \ y=\pm 1$

よって、y 軸との交点は、$(0、\pm 1)$

また、$x^2-xy+y^2=1$ に $y=0$ を代入して

$x^2=1$

$\therefore\ \ x=\pm 1$

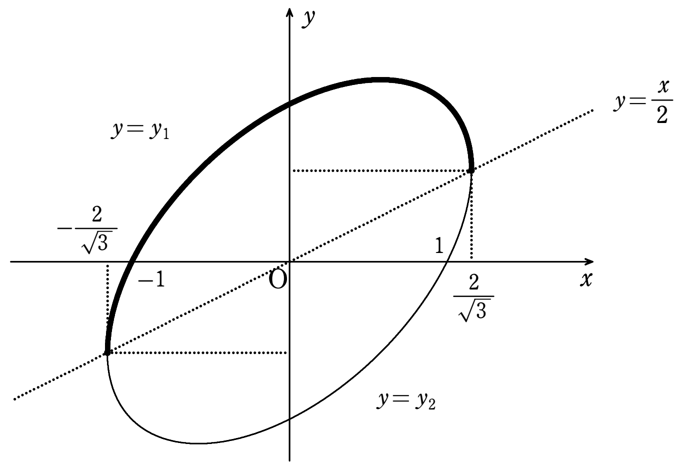
よって、x 軸との交点は、$(\pm 1、0)$

(5) ② より、$y^2-xy+x^2-1=0$

$$\therefore\ \ y=\frac{x\pm\sqrt{4-3x^2}}{2}$$

よって、② は $y=\frac{x+\sqrt{4-3x^2}}{2}$、$y=\frac{x-\sqrt{4-3x^2}}{2}$ を合わせたものである。

$y_1=\frac{x+\sqrt{4-3x^2}}{2}$、$y_2=\frac{x-\sqrt{4-3x^2}}{2}$ とすると、グラフは以下のようになる。



よって、求める体積 V_2 は、対称性を考慮して

$$V_2=2\pi\left(\int_0^{\frac{2}{\sqrt{3}}}y_1{}^2dx-\int_1^{\frac{2}{\sqrt{3}}}y_2{}^2dx\right)$$
$$=2\pi\left\{\int_0^{\frac{2}{\sqrt{3}}}\left(\frac{x+\sqrt{4-3x^2}}{2}\right)^2dx-\int_1^{\frac{2}{\sqrt{3}}}\left(\frac{x-\sqrt{4-3x^2}}{2}\right)^2dx\right\}$$
$$=\pi\left\{\int_0^{\frac{2}{\sqrt{3}}}(2-x^2+x\sqrt{4-3x^2})dx-\int_1^{\frac{2}{\sqrt{3}}}(2-x^2-x\sqrt{4-3x^2})dx\right\}$$
$$=\pi\left\{\int_0^{\frac{2}{\sqrt{3}}}(2-x^2)dx+\int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^1(2-x^2)dx+\int_0^{\frac{2}{\sqrt{3}}}x\sqrt{4-3x^2}\,dx-\int_1^{\frac{2}{\sqrt{3}}}x\sqrt{4-3x^2}\,dx\right\}$$
$$=\pi\left\{\int_0^1(2-x^2)dx+\int_0^{\frac{2}{\sqrt{3}}}x\sqrt{4-3x^2}\,dx-\int_1^{\frac{2}{\sqrt{3}}}x\sqrt{4-3x^2}\,dx\right\}$$
$$=\pi\left\{\left[2x-\frac{1}{3}x^3\right]_0^1+\left[-\frac{1}{9}(4-3x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^{\frac{2}{\sqrt{3}}}-\left[-\frac{1}{9}(4-3x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_1^{\frac{2}{\sqrt{3}}}\right\}$$
$$=\pi\left\{\left(2-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{9}(-8)+\frac{1}{9}(-1)\right\}$$
$$=\frac{8}{3}\pi$$

4 xy 平面上で、原点O$(0、0)$を出発点として動く点Pがある。点Pはコインを投げて表が出たら x 軸方向に1だけ進み、裏が出たら y 軸方向に1だけ進む。ただし、コインは表裏どちらの面が出る確率も同様に確からしいものとする。

(1)　次の各問いに答えよ。ただし、答えは結果のみ解答欄に記入せよ。

(1－1)　9回コインを投げたときに、座標A$(5、4)$に到達する確率を求めよ。

(1－2)　9回コインを投げたときに、座標B$(2、2)$を通り、座標A$(5、4)$に到達する確率を求めよ。

(1－3)　9回コインを投げたときに、座標B$(2、2)$と座標C$(4、3)$を通り、座標A$(5、4)$に到達する確率を求めよ。

(2)　$x=5$ に到達したらその後は表が出ても、裏が出ても y 軸方向に1だけ進むものとし、$y=4$ に到達したらそのあとは表が出ても、裏が出ても x 軸方向に1だけ進むものとする。次の各問いに答えよ。ただし、答えは結果のみ解答欄に記入せよ。

(2－1)　9回コインを投げたときに、座標A$(5、4)$に到達する確率を求めよ。

(2－2)　9回コインを投げたときに、座標B$(2、2)$を通り、座標A$(5、4)$に到達する確率を求めよ。

(2－3)　9回コインを投げたときに、座標D$(2、4)$を通り、座標A$(5、4)$に到達する確率を求めよ。

解説

(1)

(1－1)　9回コインを投げたときに、A$(5、4)$に到達するのは、表が5回、裏が4回出るときであるので

$$ {}_9C_4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{126}{2^9}=\frac{63}{256} $$

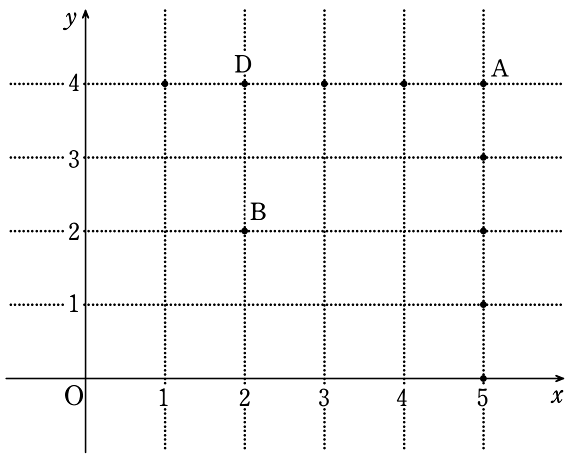
(1－2)　9回コインを投げたときに、B$(2、2)$を通り、A$(5、4)$に到達するのは、最初の4回で表が2回、裏が2回出て、そのあとの5回で表が3回、裏が2回出るときであるので

$$ {}_4C_2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\times{}_5C_2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{6}{2^4}\times\frac{10}{2^5}=\frac{15}{128} $$

(1－3)　9回コインを投げたときに、B$(2、2)$とC$(4、3)$を通り、A$(5、4)$に到達するのは、最初の4回で表が2回、裏が2回出て、次の3回で表が2回、裏が1回出て、そのあとの2回で表が1回、裏が1回出るときであるので

$$ {}_4C_2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\times{}_3C_1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2\times{}_2C_1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{6}{2^4}\times\frac{3}{2^3}\times\frac{2}{2^2}=\frac{9}{128} $$

(2)



(2－1)　9回コインを投げたときに、Aに到達するためには $x=5$ または $y=4$ 上に必ずのる。

$x=5$ 上に初めてのる点が$(5、k)$ $(0\leqq k\leqq 3)$のとき、残り $9-(5+k)=4-k$ 回でコインの表裏に関わらず必ずAに到達する。

$y=4$ 上に初めてのる点が$(\ell、4)$ $(0\leqq \ell\leqq 4)$のとき、残り $9-(4+\ell)=5-\ell$ 回でコインの表裏に関わらず必ずAに到達する。

よって、求める確率は1

(2－2)　9回コインを投げたときに、B$(2、2)$を通り、A$(5、4)$に到達するのは、最初の4回で表が2回、裏が2回出て、残りの5回は表裏のどちらが出てもよいので

$$ {}_4C_2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\times 1^5=\frac{6}{2^4}=\frac{3}{8} $$

(2－3)　9回コインを投げたときに、D$(2、4)$を通り、座標A$(5、4)$に到達するのは

（ⅰ）$(0、4)$に到達してAに到達する

（ⅱ）$(1、3)$を通って$(1、4)$に到達してAに到達する

（ⅲ）$(2、3)$を通って$(2、4)$に到達してAに到達する

のいずれかの場合である。

よって

（ⅰ）のとき、${}_4C_0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{2^4}=\frac{1}{16}$

（ⅱ）のとき、${}_4C_1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{1}{2}=\frac{4}{2^5}=\frac{1}{8}$

（ⅲ）のとき、${}_5C_2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{1}{2}=\frac{10}{2^6}=\frac{5}{32}$

より、求める確率は

$$ \frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{5}{32}=\frac{11}{32} $$